$SU(2)\times U(1)$ 水平対称性に基づくディラック型のクォーク質量行列に関する考察

小　西　康　文

（平成 22 年 9 月 24 日提出
平成 22 年 12 月 20 日修正
平成 22 年 12 月 27 日再修正）

要　旨

$SU(2)\times U(1)$ 対称性に基づくゲージ場理論から導出されるクォークセクターに対するディラック型の質量行列の解析を行う．質量行列の形はパウリ行列の中心拡大により生成される水平対称性のゲージ場理論から導出される質量行列と同等の形となるが，湯川結合定数に関して簡潔な表記となっている．観測結果を再現するためには，一つの位相の値とこれら湯川結合定数の間に大きな階層性があることが必要となる．

キーワード：ゲージ理論，ディラック質量行列，$SU(2)\times U(1)$ 対称性，数値計算，湯川結合定数

1.　導入

現在の加速器実験の結果を矛盾なく記述するのに，$SU(3)\times SU(2)\times U(1)$ ゲージ対称性に基づく標準模型は大きな成功をおさめている．また，標準理論の範囲内で，他のフェルミオンと同様に右巻きニュートリノを導入し，各世代の湯川結合定数からニュートリノ質量を説明することができる．しかしながら，その質量の大きさは他のフェルミオンに比べはるかに小さい．その小さなニュートリノ質量を説明することは標準理論の問題の一つであるが，ここでは基本的にレプトンセクターを取り扱わないため，ニュートリノ質量は無視する．

標準理論は，こうしたニュートリノに関する問題の他に，階層性の問題や，宇宙論からその存在が明かとなった暗黒物質や暗黒エネルギーを説明することもできないため，最終的な理論であるとは考えられていない．その他，標準理論には多くのパラメータが含まれることも最終的な理論ではないと考えれている要因の一つである．表 1 では標準理論に含まれる19 個の物理的パラメータを具体的に表わした．

クォーク・レプトンの質量は，質量固有状態での湯川結合定数と真空の期待値との積で構成されている．これら湯川結合定数は弱い相互作用状態で表わしたとき，アップセクターおよび

表 1　標準理論に含まれる19個の物理的パラメータ

名称	表記
ゲージ結合定数	g_1, g_2, g_3
Higgs 質量	m_H
真空期待値	v
クォーク質量	$m_u, m_c, m_t, m_d, m_s, m_b$
レプトン質量	m_e, m_μ, m_τ
混合角	$\theta_{12}, \theta_{23}, \theta_{31}$
弱い CP 位相	δ
強い CP 位相	$\bar{\theta}$

ダウンセクターのそれぞれに対して九つの複素数を含んだ行列

$$\begin{pmatrix} Y_{u11} & Y_{u12} & Y_{u13} \\ Y_{u21} & Y_{u22} & Y_{u23} \\ Y_{u31} & Y_{u32} & Y_{u33} \end{pmatrix}, \qquad \begin{pmatrix} Y_{d11} & Y_{d12} & Y_{d13} \\ Y_{d21} & Y_{d22} & Y_{d23} \\ Y_{d31} & Y_{d32} & Y_{d33} \end{pmatrix} \tag{1}$$

で表される．これらの湯川結合定数には標準理論による制限は全くない．

湯川結合定数に制限を与える一つの手段は，フェルミオンがもつ世代方向に対称性をかすことである．標準模型に対するゲージ対称性を垂直対称性と呼び，この世代方向のゲージ対称性を水平対称性と呼ぶ．こうした水平対称性の考えは $SU(2)$ や $SU(3)$ を中心に 80 年代から解析されている[1, 2].

しかしながら，標準模型の単純な拡張として $SU(2)$ や $SU(3)$ の水平対称性をかした理論では適切な実験結果は得られない[3, 4].

こうした状況の中で，$SU(2)$ と $SU(3)$ の特徴をもった代数が考えられた．この代数とは，$SU(3)$ 対称性を生成するゲルマン行列に単位行列を加え，その線形結合から作られるパウリ代数の中心拡大である．この代数から生成される群を水平対称性と同定したゲージ場理論では，湯川結合定数の数を 4/9 に減少させることに成功した [5]．そして，この理論から導出されたディラック型の質量行列は，アップセクターの第一世代と第二世代のクォークに対する解釈に注意することで，クォークセクターの混合行列と質量スペクトルの実験値を再現できることがわかった [6]. また，特定の基底に対する代数の表現を採用することなく，$SU(2) \times U(1)$ 水平対称性だけを想定したゲージ場理論からも同数の湯川結合定数をもつ質量行列が得られる [7].

本稿では，この $SU(2) \times U(1)$ 水平対称性のゲージ場理論から導出された質量行列を解析する．この質量行列は基底の変換により以前の質量行列と同じ形となることがわかる．しかしながら，質量行列の行列要素はより単純に表されるため，湯川結合定数の間の階層性はより明白になった．また，数値解析から二つにまとめられる位相も一つの値で記述できることがわかった．

第二節では，$SU(2)\times U(1)$ 水平対称性のゲージ場理論から導出される質量行列を表わした．第三節では，理論に含まれるパラメータを調節することにより観測量を再現できることを表わした．次の第四節では $SU(2)\times U(1)$ 水平対称性に含まれる湯川結合の間の階層性と位相について議論した．最後の付録では，今回考察した質量行列と同じ性質をもつパウリ行列の中心拡大から生成される水平対称性のゲージ理論で導出される質量行列に関して考察を行った．

2. $SU(2)\times U(1)$ 水平対称性

標準理論の拡張として，$SU(2)\times U(1)$ 水平対称性のもと不変な理論を考える．水平方向に対して一重項および二重項のフェルミオン場

$$\psi_S^q = \begin{pmatrix}\psi_3^u \\ \psi_3^d\end{pmatrix}_L, \qquad \psi_D^q = \begin{pmatrix}\begin{pmatrix}\psi_1^u \\ \psi_1^d\end{pmatrix}_L \\ \begin{pmatrix}\psi_2^u \\ \psi_2^d\end{pmatrix}_L\end{pmatrix} \tag{2}$$

および

$$\psi_S^u = (\psi_3^u)_R \quad \psi_S^d = (\psi_3^d)_R, \qquad \psi_D^u = \begin{pmatrix}(\psi_1^u)_R \\ (\psi_2^u)_R\end{pmatrix} \quad \psi_D^d = \begin{pmatrix}(\psi_1^d)_R \\ (\psi_2^d)_R\end{pmatrix} \tag{3}$$

を導入する．ここで，添字 L および R は電弱対称性に対する一重項および二重項を表している．次に，ヒッグス機構によるフェルミオン場の質量生成を利用するために，水平方向に対して一重項および二重項のスカラー場

$$\phi_S = \begin{pmatrix}\phi_3^+ \\ \phi_3^0\end{pmatrix}_L, \qquad \phi_D = \begin{pmatrix}\begin{pmatrix}\phi_1^+ \\ \phi_1^0\end{pmatrix}_L \\ \begin{pmatrix}\phi_2^+ \\ \phi_2^0\end{pmatrix}_L\end{pmatrix} \tag{4}$$

を導入する．

これらの成分から$SU(2)\times U(1)$ 水平対称性のもと不変な湯川相互作用部分のラグランジアン

$$\mathcal{L}_Y^u = y_1^u\bar{\psi}_D^q\tilde{\phi}_S\psi_D^u + y_2^u\bar{\psi}_D^q\tilde{\phi}_D\psi_S^u + y_3^u\bar{\psi}_S^{q\,\bar{t}}\tilde{\phi}_D i\bar{\sigma}_2\psi_D^u + y_4^u\bar{\psi}_S^q\tilde{\phi}_S\psi_S^u + h.c. \tag{5}$$

および

$$\mathcal{L}_Y^d = y_1^d\bar{\psi}_D^q\phi_S\psi_D^d + y_2^d\bar{\psi}_D^q\phi_D\psi_S^d + y_3^d\bar{\psi}_S^{q\,\bar{t}}\phi_D i\bar{\sigma}_2\psi_D^d + y_4^d\bar{\psi}_S^q\phi_S\psi_S^d + h.c. \tag{6}$$

が得られる．ここでフレーバー一重項に対しては電弱対称性についてのみ ϕ_S と同じ変換をもつ共役な場を

$$\tilde{\phi}_S = (i\sigma_2)\phi_S^* \tag{7}$$

と定義し，フレーバー二重項に対しては電弱対称性および水平対称性について ϕ_D と同じ変換をもつ共役な場を

$$\tilde{\phi}_D = (i\bar{\sigma}_2)(i\sigma_2)\phi_D^* \tag{8}$$

と定義する．σ_i および $\bar{\sigma}_i$ はそれぞれ $SU_L(2)$ および$SU(2)_H$ に対するパウリ行列を表している．

フェルミオンはヒッグス機構をとおして質量を獲得する．一重項および二重項のスカラー場の真空の期待値を

$$\langle\phi_S\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ v_S \end{pmatrix}_L, \qquad \langle\phi_D\rangle = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}_L \\ \begin{pmatrix} 0 \\ v_D \end{pmatrix}_L \end{pmatrix} \tag{9}$$

ととり，質量項のラグランジアンを

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}_L^u \mathcal{M}_u \psi_R^u + \bar{\psi}_L^d \mathcal{M}_d \psi_R^d + h.c. \tag{10}$$

と記述する．こうして，$SU(2) \times U(1)$ 水平対称性を加えたゲージ理論から導出されるアップセクターおよびダウンセクターに対する質量行列は

$$\mathcal{M}_u = \begin{pmatrix} y_1^u v_S & 0 & y_2^u v_D \\ 0 & y_1^u v_S & 0 \\ 0 & y_3^u v_D & y_4^u v_S \end{pmatrix}, \qquad \mathcal{M}_d = \begin{pmatrix} y_1^d v_S & 0 & 0 \\ 0 & y_1^d v_S & y_2^d v_D \\ -y_3^d v_D & 0 & y_4^d v_S \end{pmatrix} \tag{11}$$

となる．ここで，y_μ^f は複素数である．この質量行列 (11) と論文[6] で導出された質量行列［付録］

$$\widetilde{\mathcal{M}}_u = \begin{pmatrix} a_u & 0 & \sqrt{2}b_{u1} \\ 0 & a_u & 0 \\ 0 & -\sqrt{2}b_{u2} & C_u \end{pmatrix}, \qquad \widetilde{\mathcal{M}}_d = \begin{pmatrix} a_d & 0 & 0 \\ 0 & a_d & -\sqrt{2}b_{d1} \\ \sqrt{2}b_{d2} & 0 & C_d \end{pmatrix} \tag{12}$$

を比較することにより，対応関係

$$\begin{aligned} &y_1^u v_S = a_u, \quad y_2^u v_D = \sqrt{2}b_{u1}, \quad y_3^u v_D = -\sqrt{2}b_{u2}, \quad y_4^u v_S = C_u, \\ &y_1^d v_S = a_d, \quad y_2^d v_D = -\sqrt{2}b_{d1}, \quad y_3^d v_D = -\sqrt{2}b_{d2}, \quad y_4^d v_S = C_d, \end{aligned} \tag{13}$$

が得られる．

3. 実験値との対比

非エルミート型の質量行列 (11) をエルミート型 $\mathcal{M}\mathcal{M}^\dagger$ にして考える．具体的にアップセクターに対しては

$$\mathcal{M}_u\mathcal{M}_u^\dagger = \begin{pmatrix} |y_1^u v_S|^2 + |y_2^u v_D|^2 & 0 & y_2^u v_D y_4^{u*} v_S \\ 0 & |y_1^u v_S|^2 & y_1^u v_S y_3^{u*} v_D \\ y_4^u v_S y_2^{u*} v_D & y_3 v_D y_1^{u*} v_S & |y_3^u v_D|^2 + |y_4^u v_S|^2 \end{pmatrix} \tag{14}$$

アップセクターに対しては

$$\mathcal{M}_d\mathcal{M}_d^\dagger = \begin{pmatrix} |y_1^d v_S|^2 & 0 & -y_1^d v_S y_3^{d*} v_D \\ 0 & |y_1^d v_S|^2 + |y_2^d v_D|^2 & y_2^d v_D y_4^{d*} v_S \\ -y_3^d v_D y_1^d v_S & y_4 v_S y_2^{d*} v_D & |y_3^d v_D|^2 + |y_4^d v_S|^2 \end{pmatrix} \tag{15}$$

となる．ここで，これらの質量行列に対する基底状態をフレーバー基底状態と考え，弱い相互作用を行う弱基底状態と区別して考える．フレーバー基底状態から弱基底状態への変換はアップとダウンどちらか一方のセクターで第一世代と第二世代とを交換する変換

$$S = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{16}$$

があると想定すると，アップとダウンで行列 $\mathcal{M}\mathcal{M}^\dagger$ は同じ形を形成することとなる．以後この変換をアップセクターにかして議論する．

パラメータに含まれる複素数部分を

$$y_4^u v_S y_2^{u*} v_D = |y_4^u v_S y_2^u v_D| e^{i\mu_u}, \quad y_1^u v_S y_3^{u*} v_D = |y_1^u v_S y_3^u v_D| e^{i\nu_u}, \tag{17}$$

$$y_1^d v_S y_3^{d*} v_D = |y_1^d v_S y_3^d v_D| e^{i\mu_d}, \qquad y_4^d v_S y_2^{d*} v_D = |y_4^d v_S y_2^d v_D| e^{i\nu_d}, \tag{18}$$

と定義し，行列成分の負号を考慮することで二つの位相は

$$\mu = \mu_d - \nu_u - \pi, \qquad \nu = \nu_d - \mu_u \tag{19}$$

となる．これらのパラメータからクォーク質量およびフレーバー混合行列に関する観測結果を再現できることをみる．クォーク質量に関する観測値は，$m_Z = 91.2\,\mathrm{GeV}$ のエネルギースケールでの六つのクォーク質量を採用する．フレーバー混合行列に関しては，3×3 行列の各成分の大きさと CP の破れを表わす Jarlskog 不変量が観測量として得られている．しかしながら，3世代を仮定した今回の模型に対しては，これら全ての量を再現する必要はなく，混合行列の四つの成分$|V_{us}|$，$|V_{cb}|$，$|V_{ub}|$，$|V_{td}|$ の値のみを再現できればよい [10, 11].

したがって各パラメータの値を

$$
\begin{aligned}
|y_1^u v_S| &= 3.04\times 10 \quad \mathrm{MeV},\\
|y_1^d v_S| &= 1.32\times 10 \quad \mathrm{MeV},\\
|y_2^u v_D| &= \sqrt{2}|b_{u1}| = 1.18\times 10^3 \quad \mathrm{MeV},\\
|y_2^d v_D| &= \sqrt{2}|b_{d1}| = 1.30\times 10^2 \quad \mathrm{MeV},\\
|y_3^u v_D| &= \sqrt{2}|b_{u2}| = 9.02\times 10^4 \quad \mathrm{MeV},\\
|y_3^d v_D| &= \sqrt{2}|b_{d2}| = 1.16\times 10^3 \quad \mathrm{MeV},\\
|y_4^u v_S| &= 1.46\times 10^5 \quad \mathrm{MeV},\\
|y_4^d v_S| &= 2.65\times 10^3 \quad \mathrm{MeV},
\end{aligned}
\tag{20}
$$

および

$$
\mu = 0.96-\pi = -2.18, \quad \nu = 2.32 \tag{21}
$$

ととることで，$m_Z = 91.2\,\mathrm{GeV}$ のエネルギースケールでの六つのクォーク質量[8] と混合行列の四つの成分$|V_{us}|$，$|V_{cb}|$，$|V_{ub}|$，$|V_{td}|$ の値 [9] を再現できる［表 2］.

こうして，以前に考察された関係式 [6] は v_d がかかる湯川結合定数の間の関係式として

$$
\frac{|y_2^u|}{|y_3^d|} \cong 1, \qquad \frac{|y_3^d|}{|y_2^d|} \cong 9^1, \qquad \frac{|y_3^u|}{|y_2^u|} \cong 9^2 \tag{22}
$$

が成り立っており階層的構造をとっていることがわかる．また，v_s を含む湯川結合定数項に対しては

$$
\frac{|y_1^u|}{|y_1^d|} \sim 2, \qquad \frac{|y_4^d|}{|y_1^d|} \sim 2\times 10^2, \qquad \frac{|y_4^u|}{|y_1^u|} \sim 4\times 10^3 \tag{23}
$$

と非常に大きな階層性をもつ．一方，位相に関しては二つの大きさはほぼ等しくなっている．実際に関係式

$$
\begin{aligned}
&\frac{|y_2^u|}{|y_3^d|} = 1, \qquad \frac{|y_3^d|}{|y_2^d|} = 9^1, \qquad \frac{|y_3^u|}{|y_2^u|} = 9^2\\
&\frac{|y_4^d|}{|y_1^d|} = 2\times 10^2, \qquad \frac{|y_4^u|}{|y_1^u|} = 4\times 10^3 \qquad \mu = -\nu,
\end{aligned}
\tag{24}
$$

を仮定すると四つのパラメータ

$$
y_1^u v_S = 35.50 \quad \mathrm{MeV}, \quad y_1^d v_S = 12.80 \quad \mathrm{MeV}, \quad y_2^d v_D = 128.8 \quad \mathrm{MeV}, \quad \mu = -2.150 \tag{25}
$$

により上と同様に $m_Z = 91.2\,\mathrm{GeV}$ のエネルギースケールでの六つのクォーク質量と混合行列の四つの成分 $|V_{us}|$，$|V_{cb}|$，$|V_{ub}|$，$|V_{td}|$ の値に対して誤差の範囲内で観測値を再現できる［表 2］.

表 2　六つのクォーク質量と混合行列の四つの成分

	クォーク質量（m_Zスケール）	10 パラメータ (MeV)	4 パラメータ (MeV)
m_u	$1.27^{+0.50}_{-0.42}$ MeV	1.27	1.64
m_c	0.619±0.084 GeV	621	641
m_t	171.7±3.0 GeV	171.6×10^3	170.2×10^3
m_d	$2.90^{+1.24}_{-1.19}$ MeV	2.90	2.67
m_s	55^{+16}_{-15} MeV	55.0	55.8
m_b	2.89±0.09 GeV	2.90×10^3	2.81×10^3
	混合行列の 4 成分	10 パラメータ	4 パラメータ
$\lvert V_{us}\rvert$	0.2255 ± 0.0019	0.2256	0.2253
$\lvert V_{cb}\rvert$	$(41.2 \pm 1.1) \times 10^{-3}$	41.4×10^{-3}	41.9×10^{-3}
$\lvert V_{ub}\rvert$	$(3.93 \pm 0.36) \times 10^{-3}$	3.64×10^{-3}	3.59×10^{-3}
$\lvert V_{td}\rvert$	$(8.1 \pm 0.6) \times 10^{-3}$	8.70×10^{-3}	8.67×10^{-3}

4.　結論

本稿では $SU(2) \times U(1)$ 水平対称性に基づくゲージ場理論から導出されたクォークセクターにおけるディラック型の質量行列の解析をおこなった.

質量行列の形自体は，パウリ代数の中心拡大により生成される水平対称性のゲージ場理論 [5] において導出された質量行列の基底を変換することで同じ形となることがわかった.

しかしながら，質量行列の各要素は湯川結合定数と二つのスカラー場がとる真空期待値の積によって簡潔に記述される．こうした状況は，一重項および二重項のスカラー場のそれぞれに対応している湯川結合定数の間の階層性をみるのに適しており，実際に大きな階層性を持っていることがわかった.

また，最終的に二つにまとめられる位相に関しては，全く等しい大きさをもつと仮定しても誤差の範囲内で実験値を再現できることがわかった.

今後の課題としては，レプトンセクターに対する解析をおこない，クォークセクターに現れたこれらの性質との対応を考察していくことが挙げられる.

付録：パウリ代数の中心拡大に基づく水平対称性

単位行列 I およびゲルマン行列 $\lambda^i(i=1,2,\cdots,8)$ の線形結合からなる代数

$$\tau_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(\lambda_3 - \lambda_4 + \lambda_6\right), \tag{26}$$

$$\tau_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(\lambda_2 - \lambda_5 + \lambda_7\right), \tag{27}$$

$$\tau_3 = \frac{1}{3}\left(-2\lambda_1 + \lambda_4 + \lambda_6 + \sqrt{3}\lambda_8\right), \tag{28}$$

および

$$D = \frac{1}{3}\left(I + \lambda_1 + \lambda_4 + \lambda_6\right) \tag{29}$$

から生成された群は $SU(2)\times U(1)$ 構造をもつ．フェルミオンがもつ 3 世代構造に対応して 3 重項のフェルミオン場および 3 重項のスカラー場を考え，上記の代数から生成される群の変換のもと不変な組み合わせを作ることで湯川結合定数 $Y_{fi}(f=u,d;i=1,2,3,4)$ の数は標準模型と比べ 4/9 へと減少する．そして$SU(2)\times U(1)$ 水平対称性のもと不変なゲージ理論から導出された質量行列は

$$\mathcal{M}_u = a_u I + \frac{1}{\sqrt{3}}b_{u1}\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \frac{1}{3}b_{u2}\begin{pmatrix} -1 & -1 & 2 \\ -1 & -1 & 2 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix} + \frac{1}{3}c_u\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \tag{30}$$

および

$$\mathcal{M}_d = a_d I + b_{d1}\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} + \frac{1}{\sqrt{3}}b_{d2}\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} + \frac{1}{3}c_u\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \tag{31}$$

となる．ここで

$$\begin{gathered} a_u = Y_{u1}v, \quad b_{u1} = -Y_{u2}v, \quad b_{u2} = Y_{u3}v, \quad c_u = 3Y_{u4}v, \\ a_d = Y_{d1}v, \quad b_{d1} = Y_{d2}v, \quad b_{d2} = Y_{d3}v, \quad c_d = 3Y_{d4}v, \end{gathered} \tag{32}$$

であり，v は湯川相互作用部分に含まれる唯一のスカラー場が電弱対称性の破れにおいて獲得する値である．質量行列 $\mathcal{M}_u$ および $\mathcal{M}_d$ はフェルミオン場の基底を直交行列

$$U = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ 0 & -\frac{2}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{pmatrix} \tag{33}$$

により変換することにより

$$U^\dagger \mathcal{M}_u U = \begin{pmatrix} a_u & 0 & \sqrt{2}b_{u1} \\ 0 & a_u & 0 \\ 0 & -\sqrt{2}b_{u2} & C_u \end{pmatrix} \tag{34}$$

および

$$U^\dagger \mathcal{M}_d U = \begin{pmatrix} a_d & 0 & 0 \\ 0 & a_d & -\sqrt{2}b_{d1} \\ \sqrt{2}b_{d2} & 0 & C_d \end{pmatrix} \tag{35}$$

と簡潔に表記できる．ここで

$$C_u = a_u + c_u, \quad C_d = a_d + b_{d1} + c_d \tag{36}$$

とする．

参　考　文　献

[1] F. Wilczek and A. Zee, Phys. Rev. Lett. **42** (1979) 421.

[2] T. Yanagida, Phys. Rev. D **20** (1979) 2986.

[3] T. Yanagida, Phys. Rev. D **22** (1980) 1826.

[4] E. Papantonopoulos and G. Zoupanos, Z. Phys. C **16** (1983) 361.

[5] I. S. Sogami, Prog. Theor. Phys. **122** (2010) 807 [arXiv:0907.1163 [hep-ph]].

[6] Y. Konishi and I. S. Sogami, Prog. Theor. Phys. **123** (2010) 271 [arXiv:0909.4997 [hep-ph]].

[7] I. S. Sogami, arXiv:1008.1833 [hep-ph].

[8] Z. z. Xing, H. Zhang and S. Zhou, Phys. Rev. D **77** (2008) 113016 [arXiv:0712.1419 [hep-ph]].

[9] C. Amsler *et al.* [Particle Data Group], Phys. Lett. B **667** (2008) 1.

[10] Y. Koide, Mod. Phys. Lett. A **7** (1992) 1691.

[11] G. Belanger, C. Hamzaoui and Y. Koide, Phys. Rev. D **45** (1992) 4186.

Notes on Dirac Type Quark Mass Matries Based on $SU(2) \times U(1)$ Horizontal Symmetry

Yasufumi KONISHI

Abstract

We analyze Dirac type quark mass matrices derived in a gauge theory based on $SU(2) \times U(1)$ horizontal symmetry. The mass matrices have the same form as mass matrices derived in a gauge theory of the horizontal symmetry generated by a central extension of the Pauli algebra. Through numerical analysis, we find that one phase value and hierarchical structures of Yukawa couplings are necessary to realize the experimental data.

Keywords: Gauge theory, Dirac mass matrices, $SU(2) \times U(1)$ horizontal symmetry, Numerical analysis, Yukawa couplings